



مجتمع آموزشی هوردخت

جزوه درس : ریاضی پایه دهم

مالف : سارا میرزاده

تابستان ۱۴۰۰

مجموعه ها :

۱. کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) $\{x\} \subset \{x, \{x\}\}$

ب) $\{\emptyset\} \subset \{\{\emptyset, \{x, y\}\}\}$

پ) $a \notin \{a, \{a, b\}\}$

ت) $\{\} \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۲. اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، $B = \{5, 6, 7, 8\}$ و $C = \{10, 11, 12\}$ و مجموعه‌ی مرجع $M = \{1, 2, 3, \dots, 14\}$ باشد، اعضای هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $A' \cup (B \cap C')$

ب) $(A - B) - (B - C)$

پ) $(A' \cap B)' - (B' \cup A)'$

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی و کدام نامتناهی است؟

الف) مجموعه‌ی همه‌ی ماهی‌های درون اقیانوس‌ها

ب) مجموعه‌ی همه‌ی کتاب‌های چاپ‌شده در کره‌ی زمین

پ) مجموعه‌ی اعداد گنگ بین صفر و یک

ت) مجموعه‌ی مضرب‌های ۵

ث) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -x \in \mathbb{N}\}$

ج) $\{(-1)^x \mid x \in \mathbb{Z}\}$

چ) $\{x \mid x + 2 = x\}$

۴. اگر به تعداد عضوهای یک مجموعه Π عضوی، ۴ تا اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌هایش 2^4 تا اضافه می‌شود. Π برابر با چه عددی است؟

۵. اگر $A_1 = \{1, 2, 3\}$ ، $A_2 = \{2, 3, 4\}$ ، $A_3 = \{3, 4, 5\}$ و $A_4 = \{4, 5, 6\}$ ؛ آن‌گاه هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\bigcup_{i=1}^4 A_i$

ب) $\bigcap_{i=1}^4 A_i$

۶. در یک کلاس ۳۳ نفره، ۱۷ نفر به فیزیک و ۲۱ نفر به ریاضی علاقه‌مند هستند. اگر بدانیم ۵ نفر به هیچ‌کدام از این دو درس علاقه‌مند

نیستند، چند نفر از دانش‌آموزان هم به ریاضی و هم به فیزیک علاقه‌مند هستند؟

۷.

در میان دانش‌آموزان سال دهم ۲۸ نفر عضو تیم والیبال، ۱۶ نفر بسکتبال و ۳۰ نفر فوتبال هستند. اگر ۴ نفر در هر دو تیم بسکتبال و والیبال، ۳ نفر در فوتبال و والیبال و ۲ نفر در بسکتبال و فوتبال مشترک باشند و فقط ۱ نفر عضو هر سه تیم باشد، چند نفر عضو حداقل یک تیم هستند؟

۶۵ (۴)

۶۶ (۳)

۶۷ (۲)

۷۴ (۱)

۸. اگر A و B دو زیرمجموعه از اعداد طبیعی و A متناهی و B نامتناهی باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر حتماً نامتناهی است؟

$$A' \cap B' \quad (۴)$$

$$A \cup B' \quad (۳)$$

$$A \cap B' \quad (۲)$$

$$A' \cup B' \quad (۱)$$

۹. اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه‌ی اعداد اول باشد، کدام مجموعه‌ی زیر متناهی و غیرتهی است؟

$$A - (A \cup B) \quad (۴)$$

$$A \cap B \quad (۳)$$

$$B - A \quad (۲)$$

$$A - B \quad (۱)$$

۱۰.

مجموعه‌ی $A \cup B$ دارای ۵ عضو، $A \cap B$ دارای دو عضو و $A - B$ نیز دارای دو عضو است. مجموعه‌ی $B - A$ چند عضو دارد؟

$$۱ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

۱۱. مجموعه‌ی $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ دارای چند زیرمجموعه، شامل عضو a می‌باشد؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۲. اگر $U = \{0, \pm 1, \pm 2, 3\}$ ، $A = \{1, 0, -1\}$ و $B = \{0, 1, 2, 3\}$ ، حاصل $(A' - B)' \cup A'$ کدام است؟

 $\{\}$ (۴) $\{-3\}$ (۳) $\{-1\}$ (۲) $\{-2\}$ (۱)

۱۳. کدام مجموعه متناهی است؟

(۲) اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰

(۱) اعداد صحیح کمتر از ۱۰۰

(۴) اعداد حقیقی بین ۱ و ۲

(۳) اعداد گویای بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$

۱۴. \mathbb{Q} با کدام مجموعه، اشتراک ندارد؟

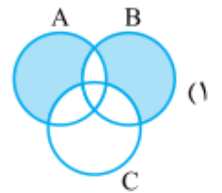
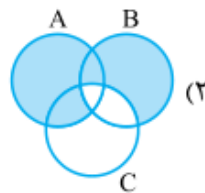
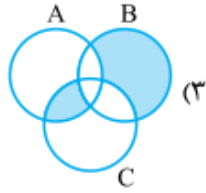
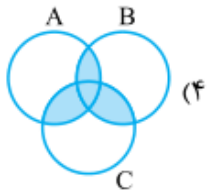
 $\{x \mid x \notin \mathbb{Z}\}$ (۴) $\{x \mid x^2 = 3\}$ (۳) $\{x \mid -1 < x < 0\}$ (۲) $\{x \mid x^2 = \frac{4}{9}\}$ (۱)

۱۵.

اگر $\{x | x \in A, (x+3)(2x-1) = 0\}$ برابر $\{\frac{1}{2}\}$ باشد، A می تواند چندتا از مجموعه های مقابل باشد؟
 $Z, R - W, Q - Z, Q - N, Q'$
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶.

نمایش هندسی مجموعه $(A - B) \cup (B - C)$ کدام است؟



۱۷.

اگر $A \cup (B - A) = B$ باشد، آن گاه:

$B = \emptyset$ (۴)

$A = \emptyset$ (۳)

$B \subseteq A$ (۲)

$A \subseteq B$ (۱)

.۱۸

با فرض $B - A = B$ حاصل $((B - A) \cup A')' - ((A \cup B') - B)'$ کدام است؟

- $A \cup B'$ (۱) A' (۲) A (۳) B (۴)

.۱۹

برای سه مجموعه دلخواه A ، B و C تعداد اعضای مجموعه‌های $A - B$ ، $B - C$ ، $C - A$ ، $A - C$ و $C - B$ به ترتیب برابر

۴، ۶، ۷، ۵ و ۴ است. تعداد اعضای $B - A$ کدام است؟

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

توان و ریشه :

۱- کدام گزینه درست است؟

(۱) عدد ۷ ریشه سوم ندارد.

(۳) عدد $\sqrt{2}$ دو ریشه دوم دارد.

(۲) ریشه چهارم ۸۱ برابر ۳ است.

(۴) $\sqrt[6]{64}$ برابر ۲ و -۲ است.

.۲

به ازای چند x طبیعی نامساوی $5 < \sqrt{x} < 6$ برقرار است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

.۳

حاصل $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt[4]{(3-\sqrt{3})^4}$ کدام است؟(۴) $1+2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}-1$

(۲) -۱

(۱) ۵

۴. حاصل $\sqrt{97} - \sqrt{72} + \sqrt{200}$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۹ (۱)

۵. کدام عدد بزرگ‌تر است؟

 $\sqrt{55}$ (۴) $5\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{14}$ (۲) $3\sqrt{6}$ (۱)

۶. حاصل عبارت $\sqrt[3]{(-x)^3} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(-2)^2}$ وقتی $x > 0$ کدام است؟

۲ (۴)

 $2x + 2$ (۳)

-۲ (۲)

 $-2x - 2$ (۱)

۷. اگر $\frac{\sqrt[4]{x^5} \times \sqrt[6]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[12]{x^3}} = 9$ مقدار x کدام است؟ ($x > 0$)

۸۱ (۴)

۲۷ (۳)

۳ (۲)

۹ (۱)

.۸

اگر $2 \leq x \leq 5$ باشد، A را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$A = \sqrt{x^2 - 10x + 25} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

.۹

اگر $1 \leq x \leq 2$ باشد، ثابت کنید:

$$B = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 2$$

.۱۰

عبارت‌های زیر را با یک رادیکال، به ساده‌ترین صورت نمایش دهید.

الف) $\sqrt{\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{4}\sqrt{5}}$

ب) $\sqrt[5]{x^4 y^3}$

پ) $\sqrt{\frac{x}{\sqrt[5]{y^{-1}}}}$

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+1)(\sqrt{6}+1)(5-2\sqrt{2}-\sqrt{3}) =$

پ) $\sqrt[4]{85 - (8(6+16^4)^3)^{\frac{1}{3}}} =$

ث) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}) \div (\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4) =$

ب) $\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{2})(2+\sqrt{2}(2-\sqrt{2})-\sqrt{2})+2\sqrt{2} =$

ت) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}}} =$

۱۲.

معادلات رادیکالی زیر را حل کنید.

ب) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x^4 + 255}}} = 2x$

الف) $\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^{5x-3}} = \sqrt{\frac{27}{125}}$

۱۳. مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{5} - \sqrt{6}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}}}$$

۱۴. حاصل $(\sqrt{2})^{-4} \times (2 - 2^{-2})^{-1} \div (16)^{-1/75}$ کدام است؟

$$\frac{1}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{16}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{7}{8} \text{ (۲)}$$

$$\frac{4}{7} \text{ (۱)}$$

۱۵. حاصل $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}$ برابر چه توانی از x است؟

$\frac{1}{12}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۱۶. حاصل $2\sqrt[3]{2\sqrt[3]{4\sqrt[3]{8}}}$ برابر چه توانی از ۲ است؟

$\frac{47}{36}$ (۴)

$\frac{59}{36}$ (۳)

$\frac{49}{36}$ (۲)

$\frac{57}{36}$ (۱)

۱۷.

از تساوی $9^{x+4} = (36)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ عدد x کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

صفر (۱)

۱۸.

نسبت مجذور مکعب عدد 4^{x+1} به جذر عدد 32^{2x} کدام است؟

2^{7x+6} (۴)

2^{2-8x} (۳)

2^{7x+12} (۲)

2^{3-2x} (۱)

اتحاد و تجزیه :

در کتاب درسی با این اتحادها آشنا شدید:

$$\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \\ (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \end{cases}$$

① اتحاد مربع دو جمله‌ای:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

② اتحاد مزدوج:

$$\begin{cases} (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \end{cases}$$

③ اتحاد چاق و لاغر:

$$(a+x)(a+y) = a^2 + (x+y)a + xy$$

④ اتحاد جمله مشترک:

اتحادها به اتحادهای فرعی یا اتحادهای کمکی معروف هستند.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \\ a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \\ (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2 \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab \end{cases}$$

① اتحادهای فرعی مربع دو جمله‌ای:

۱. حاصل $(5 - \sqrt{6})^2 + (5 + \sqrt{6})^2$ کدام است؟

۶۴ (۴)

۶۲ (۳)

۶۱ (۲)

۶۰ (۱)

.۲

حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

الف) $(-x-2)^2$

ب) $(-2x-1)^2$

پ) $(1-3x)^2(5+15x)^2$

ت) $(x-5)(x+3)(x-2)(x-10)$

ث) $(1-2x-y)(1+2x-y)$

ج) $(x-2)\left(\frac{x^4}{3} + 3x^2 + 27\right)(3x+9)$

چ) $(3x-y-5)(9x^2 + 3xy + 15x + y^2 + 10y + 25)$

۳. اگر $x + \frac{1}{x} = a$ باشد، هر یک از عبارتهای زیر را بر حسب a بنویسید. ($x > 1$)

$$x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x - \frac{1}{x}$$

۴.

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{5x+2\sqrt{5+\sqrt{6+5\sqrt{1+3\sqrt{2-1}}}}}}}}}}}} = 4$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

در تساوی روبه‌رو x برابر است با:

۵.

اگر بدانیم $x + y = 5$ و $x^2 + y^2 = 17$ ، حاصل $xy + x - y$ چیست؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۸ یا ۲ (۲)

۷ یا ۱ (۱)

اگر بدانیم: $xy = 3$ و $x + y = 5$ و $x > y$ ، مقدار عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $x^2 + y^2$

ب) $x - y$

پ) $x^2 - y^2$

ت) $x^2 + y^2$

ث) $x^3 - y^3$

ج) $x^4 + y^4$

چ) $x^4 - y^4$

ح) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

خ) $(5+x)(5+y)$

هر یک از چند جمله‌ای‌های زیر را تجزیه کنید.

۱) $a^2 - 9$

۲) $2a^2 - 8$

۳) $x^4 - 8x^2$

۴) $(x + y)^2 - (x - y)^2$

۵) $(x^2 + 2x + 1) - 9$

۶) $(2a - 1)^2 - (3a - 5)^2$

۷) $x^2 - 3x - 10$

۸) $a^2b^2 + 10ab + 21$

۹) $a^3 - 11a^2 + 30a$

۱۰) $4a^2 + 6ab - 4b^2$

.۸

در تجزیه کدام عبارت، عامل $2x+1$ نیست؟

$$2x^2 + 7x + 3 \quad (۴)$$

$$4x^2 - 4x + 1 \quad (۳)$$

$$8x^2 + 1 \quad (۲)$$

$$4x^2 - 1 \quad (۱)$$

.۹

حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$۱ \quad \frac{5}{x} + \frac{10}{-x}$$

$$۲ \quad \frac{5x+6}{3x-4} + \frac{9-2x}{3x-4}$$

$$۳ \quad \frac{-3x-9}{6x+11} - \frac{2x+2}{6x+11}$$

$$۴ \quad \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{y-x}$$

$$۵ \quad \frac{x+3}{x} - \frac{5x-1}{x(x+2)}$$

$$۶ \quad \frac{4x^2-12}{4x^2-9} - \frac{2x+1}{2x+3}$$

$$۷ \quad \frac{3}{2x(x+y)} + \frac{y+1}{y(x+y)^2}$$

$$۸ \quad \frac{x}{x^2+5x+6} - \frac{5}{x^2+6x+8}$$

$$۹ \quad \frac{x^2-y^2}{x+y} - \frac{y^2-x^2}{x^2-y^2}$$

$$۱۰ \quad \frac{9+x^2-3x}{x+3} - x-3$$

$$۱۱ \quad \frac{4x^2}{x^2-8} - \frac{1}{x-2}$$

$$۱۲ \quad \frac{x-2}{x^2+3x^2+3x+1} - \frac{x-4}{(x^2-1)(x+1)}$$

حل معادلات :

۱. معادله $(x-5)^{(x+6)} = 1$ چند جواب دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲. معادله $(x^2 - 4x + 4)^{x+1} = 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳. معادله $(x^2 - 4x + 5)^{x^2+x-3^0} = 1$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

بی شمار (۵)

۴ (۴)

۴. معادله $x^x = x$ چند جواب حقیقی دارد؟

بی شمار (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

.۵

معادلات درجه دوم زیر را از روش تجزیه حل کنید.

۱) $2x^2 + 5x = 0$

۲) $9x^2 - 16 = 0$

۳) $x^2 + 7x + 12 = 0$

۴) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

۵) $x^2 + 5x + 6 = 0$

۶) $x^2 - x - 12 = 0$

۱) $2x^2 - 1 = 0$

۲) $(2x - 1)^2 = 25$

۳) $5x^2 + 1 = 0$

.۷ حاصل ضرب دو عدد فرد مثبت و متوالی برابر ۱۹۵ است. این دو عدد را بدست آورید.

.۸

معادلات زیر را از روش مربع کامل حل کنید:

$$۱) x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$۲) x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$۳) 2x^2 + 5x + 1 = 0$$